$$\sqrt{a^2 + b^2} = c$$

Fundamentos de matemática

Carmelino Almestar Villegas

Presentación

La matemática es una disciplina que estudia las cantidades numéricas desde una perspectiva general y es una competencia necesaria en diversos ámbitos de la vida cotidiana, por ello es importante tener un dominio elemental de las matemáticas. Para tener dominio de esta materia se requiere de práctica constante; esa es la clave.

El presente material fue elaborado pensando en los estudiantes que se esmeran constantemente por aprender matemáticas en los diferentes niveles de la educación formal.

Los temas que incluye el módulo son: Regla de tres, porcentajes, productos notables, factorización, lógica y conjuntos; ecuaciones, inecuaciones, sistemas de ecuaciones; producto cartesiano, ecuación de la recta, funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas. Además, en las sesiones 5, 11 y 16 se presentan las prácticas calificadas, que tienen el propósito de fortalecer su aprendizaje.

Asimismo, el presente módulo contiene una serie de ejercicios propuestos para que el estudiante resuelva juntamente con las tutorías del docente. Los ejercicios propuestos son adecuados para estudiantes que aún no tienen un dominio de los temas. El objetivo es motivarlo al autoaprendizaje

¡Muchos éxitos en la emocionante actividad de aprender matemáticas!

El autor

Contenido

Presentación 2

Clase 1. Regla de tres y porcentajes 4

Clase 2. Productos notables y factorización 6

Clase 3. Proposiciones simples y compuestas 8

Clase 4. Teoría de conjuntos 10

Clase 5. Práctica calificada de la unidad I 13

Clase 6. Ecuaciones de primer grado 15

Clase 7. Ecuaciones de segundo grado 16

Clase 8. Intervalos numéricos e inecuaciones lineales 17

Clase 9. Inecuaciones cuadráticas 18

Clase 10. Sistemas de ecuaciones lineales 19

Clase 11. Práctica calificada de la unidad II 20

Clase 12. Geometría analítica 21

Clase 13. Dominio y rango de funciones 24

Clase 14. Función lineal y función cuadrática 26

Clase 15. Función exponencial y función logarítmica 28

Clase 16. Práctica calificada de la unidad III 28

Referencias 30

Clase 1. Regla de tres y porcentajes

Regla de tres simple

Es un método matemático para resolver problemas de proporciones entre tres valores conocidos y un cuarto desconocido. Puede ser directa (si al aumentar una cantidad, la otra también aumenta) o inversa (si al aumentar una cantidad, la otra disminuye).

Regla de tres compuesta

Es una extensión de la regla de tres simple que relaciona más de dos magnitudes proporcionales, directas o inversas. Se usa para problemas donde intervienen varios factores que afectan el resultado.

Porcentajes

El porcentaje es una forma de expresar una cantidad como una fracción de 100. Representa la proporción o relación entre un valor y un total, y se indica con el símbolo %.

Trabajo 1

Regla de tres simple

1) La dosis que debe administrarse de un cierto medicamento es 0.02 mg/kg de peso. Hallar la masa del medicamento que debe administrarse para una persona que pesa 80 kg.
2) A un paciente se le administró 5 g de cierto medicamento. Si la dosis es 0.05 g/kg de peso. Hallar el peso de la persona.
3) En cierto hospital se atienden 100 personas mensualmente. Hallar el número de personas que se atenderán durante un año.
4) Cinco enfermeras atienden a 5 pacientes. Cuántas enfermeras se necesitan para atender a 35 pacientes.

5) Tres enfermeras realizan un trabajo de revisión de historias clínicas en 5 días. Cuántos días les tomará realizar el mismo trabajo a 7 enfermeras.

Regla de tres compuesta

1) Dos enfermeras realizan 3 suturas en 5 días. Cuántos días les tomará realizar 6 suturas a 4 enfermeras.
2) Tres enfermeras actualizan 60 historias clínicas en 3 horas. Cuántas horas les tomará actualizar 200 historias clínicas a 5 enfermeras.

Porcentajes

1) Calcular el 50% de 28
2) Calcular el 20% de 60
3) ¿Qué tanto por ciento de 128 es 32?
4) Calcular el 25% del 30% de 48
5) De qué número al restarle su 4% se obtiene 48
6) De qué número al sumarle su 15% se obtiene 23
7) El x% de 200 es 40. Hallar “x”
8) En un centro de salud, el 10% de las historias clínicas están actualizadas que son un total de 30. Hallar el número de historias clínicas que faltan actualizar.
9) En un centro de salud de salud el 40% del personal es nombrado y el 60% es contratado. Si en total son 50. Hallar el número de trabajadores nombrados y contratados.
10) En un hospital el 5% son médicos, el 60% son enfermeros y el 35% son administrativos. Si hay 10 médicos, hallar el número de enfermeros y de administrativos.

Clase 2. Productos notables y factorización

Productos notables

Son expresiones algebraicas que resultan de multiplicaciones frecuentes y tienen fórmulas generales que simplifican cálculos.

Binomio al cuadrado (suma y diferencia)

$(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(\mathrm{a}-\mathrm{b})^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Binomios conjugados

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Binomio al cubo (suma y diferencia)

$(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(\mathrm{a}-\mathrm{b})^2 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Factorización

Es el proceso de descomponer una expresión algebraica en factores más simples.

Factor común

Se extrae el mayor factor común de todos los términos.

Ejemplo: $2\mathrm{x}+4 = 2(\mathrm{x}+2)$

Diferencia de cuadrados

Se descompone una diferencia de cuadrados como el producto de binomios conjugados:

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Aspa simple

Método para factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$, buscando dos números que multiplicados den “a·c” y sumados den “b”.

Trabajo 2

Productos notables

Binomio al cuadrado

1) Resolver: $(x+1)^2$
2) Resolver: $(x-1)^2$
3) Resolver: $(x+2)^2$
4) Resolver: $(2x-3)^2$

Binomios conjugados

1) Resolver: $(x+1)(x-1)$
2) Resolver: $(x+2)(x-2)$
3) Resolver: $(x+4)(x-4)$
4) Resolver: $(2x+3)(2x-3)$

Binomio al cubo

1) Resolver: $(x+1)^3$
2) Resolver: $(x-1)^3$
3) Resolver: $(x+2)^3$
4) Resolver: $(x-3)^3$

Factorización

Factor común

1) Factorizar: $3x+6$
2) Factorizar: $8-4a$
3) Factorizar: $x+x^2$
4) Factorizar: x^3-2x

Diferencia de cuadrados

1) Factorizar: x^2-4

2) Factorizar: $x^2 - 9$

3) Factorizar: $x^2 - 25$

4) Factorizar: $x^2 - 16$

Aspa simple

1) Factorizar: $x^2 - x - 2$

2) Factorizar: $x^2 + x - 6$

3) Factorizar: $x^2 - x - 12$

4) Factorizar: $x^2 + 6x + 8$

Clase 3. Proposiciones simples y compuestas

Una proposición es una afirmación que se puede evaluar como verdadera o falsa.

Existen dos tipos de proposiciones:

Proposición Simple: Una proposición es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas cosas a la vez. Las proposiciones lógicas se simbolizan por letras minúsculas (p, q, r, etc.), como ejemplo tenemos:

2 es mayor que 3 (F).

Proposición Compuesta: Una proposición compuesta es una proposición obtenida por la combinación de una o más proposiciones dadas mediante el uso de conectivos lógicos. Como ejemplo tenemos:

2 es mayor que 3 y 4 más 3 es igual a 7

1. Conectivos lógicos

Tabla 1

Conectivos lógicos

Conectivo	Notación	Lenguaje natural
Negación	~	No
Conjunción	∧	y
Disyunción	∨	o

Condicional	→	Si… entonces
Bicondicional	↔	Si y sólo sí

2. Tablas de verdad para conectivos lógicos

2.1 Para Negación

p	~ p
V	F
F	V

2.2 Para Conjunción

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

2.3 Para Disyunción

p	q	p v q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

2.4 Para Condicional

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

2.5 Para Bicondicional

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Trabajo 3

Elabore la tabla de verdad de las siguientes proposiciones compuestas:

1) p ∨ ~q

2) p ∧ (p ∨ q)

3) (p ∨ q) ∧ p

4) (~ p ∧ q) ∨ q

5) (p ∧ q) ∨ (~p ∧ q)

6) ~ (p ∧ q) ∨ q

7) ~p → q

Clase 4. Teoría de conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos de cualquier especie que presentan alguna característica en común. Para denotar conjuntos se utilizan letras mayúsculas A, B,….. y para los elementos se utilizan letras minúsculas a, b, c,…, números, símbolos o variables.

1. Determinación de conjuntos (D.C.)

1.1 D.C. por extensión: cuando se menciona a cada elemento del conjunto. Ejemplo

$$A = \{1, 3,5,7,9\}$$

1.2. D.C por comprensión: cuando se menciona una característica de los elementos que componen el conjunto. Ejemplo

$$A = \{{}^{x}/_{x}, \text{es un número impar menor que } 10\}$$

2. Relación de pertenencia

Se indica por la letra " ∈ ". Sea $A = \{1, 3, 5\}$, entonces se puede afirmar:

- $1 \in A$: Se lee "1 pertenece al conjunto A
- $8 \notin A$: Se lee "8 no pertenece al conjunto A

3. Relaciones entre conjuntos

3.1 Igualdad de conjuntos: dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

3.2 Subconjunto: un conjunto es subconjunto de otro si los elementos del primero pertenecen también a este último.

4. Conjuntos especiales

4.1 Conjunto vacío

Conjunto que no tiene elementos. Se denota por la letra "∅", o también por { }

4.2 Conjunto unitario

Es el conjunto que posee un único elemento.

4.3. Conjunto universal

Es el conjunto que se toma como referencia para la determinación de otros conjuntos. Se denota por “U”.

Operaciones entre conjuntos

Se estudiará las siguientes operaciones entre dos conjuntos (A, B)

1. Unión $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B})$

Formado por los elementos de A o de B.

2. Intersección $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$

Formado por los elementos de A y de B (elementos comunes)

3. Diferencia de conjuntos $(\mathbf{A} - \mathbf{B})$

Formado por los elementos solamente de A.

4. Diferencia simétrica de conjuntos $(\mathbf{A} \Delta \boldsymbol{B})$

Formado por los elementos de A o de B, menos los elementos comunes.

5. Complemento de un conjunto (C)

Formado por los elementos de U (conjunto universal), menos los elementos de A.

Trabajo 4

1. Definir los siguientes términos:
   a) Conjunto
   b) Subconjunto
   c) Conjunto vacío
   d) Conjunto unitario
   e) Conjunto universal
2. ¿El conjunto formado por todos los peces del mar es finito o infinito?
3. Determine los siguientes conjuntos por extensión:

a) $\mathrm{A} = \{\mathrm{x}/\mathrm{x} \in \mathrm{N} \wedge 2 < \mathrm{x} < 4\}$

b) $\mathrm{B} = \{\mathrm{x}/\mathrm{x} \in \mathrm{Z} \wedge -2 < \mathrm{x} \leq 2\}$

c) $\mathrm{C} = \{\mathrm{x}/\mathrm{x} \in \mathrm{N} \wedge 5 < \mathrm{x} < 6\}$

d) $\mathrm{D} = \{\mathrm{x}/\mathrm{x} \in \mathrm{Z}, \mathrm{x}\ \text{es par} \wedge 1 \leq \mathrm{x} \leq 10\}$

4. Determine los siguientes conjuntos por comprensión

a) $\mathrm{A} = \{0,1,2,3,4\}$

b) $\mathrm{B} = \{\mathrm{a}, \mathrm{e}, \mathrm{i}, \mathrm{o}, \mathrm{u}\}$

c) $\mathrm{C} = \{\mathrm{Luna}\}$

d) $D = \{1,3,5,7\}$

Operaciones entre conjuntos

1. Dados los conjuntos: $A = \{1,2,3,4\}$ $B = \{1,3,5,7\}$ Hallar $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $A \Delta B$
2. Dados los conjuntos: $A = \{1,2,5\}$ $B = \{2,6\}$ Hallar $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $A \Delta B$
3. Hallar $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $A \Delta B$

$A = \{x/x \in N \wedge 1 \leq x \leq 4\}$

$B = \{x/x \in Z \wedge 0 < x \leq 2\}$

4. Hallar $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $A \Delta B$

$A = \{x/x \in N \wedge 2 \leq x \leq 4\}$

$B = \{x/x \in N \wedge 2x - 6 = 2\}$

5. Hallar C_A, sabiendo que: $A = \{1,3,5\}$ $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
6. Hallar C_B, sabiendo que: $B = \{1,2,7\}$ $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
7. En una reunión hay 30 personas que hablan los idiomas inglés o español. Si se sabe que 20 hablan inglés y 15 hablan español. ¿Cuántas personas hablan ambos idiomas?
8. En el aula de Jorgito hay 25 estudiantes que conocen Lima o Arequipa. Si se sabe que 10 conocen Lima y 18 conocen Arequipa. ¿Cuántos estudiantes conocen las dos ciudades?

Clase 5. Práctica calificada de la unidad I

Clase 1

1. Dos enfermeras realizan un trabajo de revisión de historias clínicas en 7 días. Cuántos días les tomará realizar el mismo trabajo a 3 enfermeras.
2. Dos enfermeras realizan 4 suturas en 3 días. Cuántos días les tomará realizar 10 suturas a 5 enfermeras.
3. Hallar el 20% de 400

4. En un hospital el 10% son médicos, el 40% son enfermeros y el 50% son administrativos. Si hay 2 médicos, hallar el número de enfermeros y de administrativos.

Clase 2

Productos notables

Binomio al cuadrado

1. Resolver: $(x+3)^2$

Binomios conjugados

2. Resolver: $(x+6)(x-6)$

Binomio al cubo

3. Resolver: $(x+3)^3$

Factorización

Factor común

4. Factorizar: $10x-5$

Diferencia de cuadrados

5. Factorizar: x^2-36

Aspa simple

6. Factorizar: x^2+x-20

Clase 3

Elabore la tabla de verdad de las siguientes proposiciones compuestas:

1) p ∧ ~p
2) (p ∧ q) ∨ ~q
3) (p ∨ ~q) ∧ (q ∧ p)

Clase 4

1. Dados los conjuntos: $A = \{1,3,4,5\}$ $B = \{1,4,8\}$ Hallar $A \cup B, A \cap B,\ A - B,\ A\Delta B$
2. Hallar $A \cup B,\ A \cap B,\ A - B,\ A\ \Delta\ B,\ (A \cup B) - B,\ (A \cap B) \cup A,\ (A - B)\Delta B$, siendo los conjuntos A y B, determinados por comprensión

   $A = \{x/x \in Z, x \text{ es par} \wedge 0 \leq x \leq 7\}$

   $B = \{x/x \in N, x \text{ es impar} \wedge 0 < x \leq 9\}$
3. Hallar C_A, sabiendo que: $A = \{x/x \in Z \wedge 1 \leq x \leq 4\}$ $U = \{x/x \in N \wedge 0 < x \leq 9\}$
4. José desayuna el mes de abril jugo de naranja o sándwich. Si se sabe que 21 días desayunó sándwich y 13 días jugo de naranja
   a) ¿Cuántos días desayunó sólo jugo de naranja?
   b) ¿Cuántos días desayunó sólo sándwich?
   c) ¿Cuántos días desayunó sólo jugo de naranja y sándwich?

Clase 6. Ecuaciones de primer grado

Ecuación

Es una igualdad matemática, en la que se busca el valor de la variable que se representa por una letra (X). Ejemplo:

$$2x + 4 = 10$$

En las ecuaciones de primer grado, el exponente de la “x” es “1”

Trabajo 6

I. Resolver las ecuaciones de primer grado

1) $2x + 4 = x + 10$
2) $3(x - 6) = 60$
3) $2(x - 3) + 6 = 4x - 12$
4) $\frac{x-1}{x+1} = \frac{2}{3}$
5) $3(x - 1) - 6 = 0$
6) $3x - 6 = 2 - x$

II. Resolver las ecuaciones de primer grado

1) $3x - 4 = -x + 10$

2) $15(x - 6) = 120$

3) $3(x - 3) - 3 = 4x - 12$

4) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{11}{9}$

5) $4(x + 1) - 16 = 0$

6) $3x - 12 = 2 + x$

Clase 7. Ecuaciones de segundo grado

Las ecuaciones de segundo grado tienen la forma.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Para resolver ecuaciones de segundo grado se utiliza la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde

a, b, c proevienen de la ecuación

Trabajo 7

I. Resolver las ecuaciones de segundo grado por aspa simple

1) $x^2 - 3x + 2 = 0$

2) $x^2 - 4x + 3 = 0$

3) $x^2 - 2x + 1 = 0$

4) $x^2 - 5x + 4 = 0$

5) $x^2 + x - 12 = 0$

II. Resolver las ecuaciones de segundo grado por la fórmula general

1) $x^2 - 6x + 5 = 0$

2) $x^2 - 9x + 20 = 0$

3) $x^2 + 2x - 15 = 0$

4) $x^2 - 2x - 24 = 0$

Clase 8. Intervalos numéricos e inecuaciones lineales

Un subconjunto de la recta real se llama intervalo, y contiene a todos los números reales que están comprendidos entre dos cualesquiera de sus elementos. Geométricamente los intervalos corresponden a segmentos de recta, semirrectas o la misma recta real.

Intervalo abierto

$$x \in < a; b >$$

Intervalo cerrado

$$x \in [a; b]$$

Inecuación de primer grado

Es una desigualdad algebraica de primer grado, que presenta símbolos ($<, >, \leq, \geq$). Ejemplo:

$$x + 3 < 6$$

Trabajo 8

I. Escribir y graficar el intervalo

1) $x \geq -1$
2) $x < \frac{1}{2}$
3) $-5 < x \leq 2$
4) $-3 < x \leq 1$
5) $x \leq 8$

II. Resolver las inecuaciones

1) $x - 2 \leq 2$
2) $x + 5 \geq 7$
3) $2x - 2 \leq 6$
4) $5x - 3 > 7$
5) $3(x - 4) \geq 27$
6) $3x - 4 > 11$
7) $2x + 4 < 7$
8) $\frac{x}{3} > \frac{2}{5}$
9) $\frac{4x}{5} < \frac{7}{3}$
10) $-2x + 3 \geq -3$

Clase 9. Inecuaciones cuadráticas

Inecuación de segundo grado

Es una desigualdad algebraica de segundo grado, que presenta símbolos ($<, >, \leq, \geq$). Su solución puede ser un intervalo o varios en la recta numérica. Para resolver estas inecuaciones se puede utilizar el aspa simple o la fórmula general. Asimismo, se utiliza la regla de los signos.

Trabajo 9

Resolver las inecuaciones de segundo grado

1) $x^2 - 3x + 2 < 0$

2) $x^2 + x - 2 > 0$

3) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

4) $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

5) $x^2 - x + 0 < 0$

Clase 10. Sistemas de ecuaciones lineales

Sistema de ecuaciones

Es un conjunto de dos ecuaciones y dos incógnitas. El objetivo es encontrar el valor de las incógnitas. Ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Trabajo 10

Resolver los sistemas de ecuaciones

1) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 6 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 3 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 10 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 4 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

Clase 11. Práctica calificada de la unidad II

Clase 6

Resolver las ecuaciones de primer grado:

1) $4x - 3 = 13$

2) $2(x + 1) + 3 = 11 - x$

3) $6(5x - 3) + 16 = -2x - 18$

4) $-5(4x - 9) - 3 = -3x + 13$

5) $\frac{3x-2}{4x+1} = \frac{1}{5}$

Clase 7

Resolver las ecuaciones de segundo grado por aspa simple y por fórmula general

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$

2) $x^2 - 3x - 10 = 0$

3) $x^2 - x + 30 = 0$

Clase 8

Resolver las inecuaciones de primer grado

1) $2(x - 3) + 4 < 4$

2) $-3(x + 1) > 4 - x$

3) $(2x - 5) + 2 \geq -2$

4) $6(2x + 1) + 1 \leq 5$

Clase 9

Resolver las inecuaciones de segundo grado

1) $x^2 - x - 6 > 0$

2) $x^2 + 6x + 8 \leq 0$

Clase 10

Resolver los sistemas de ecuaciones

1) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Clase 12. Geometría analítica

Producto cartesiano

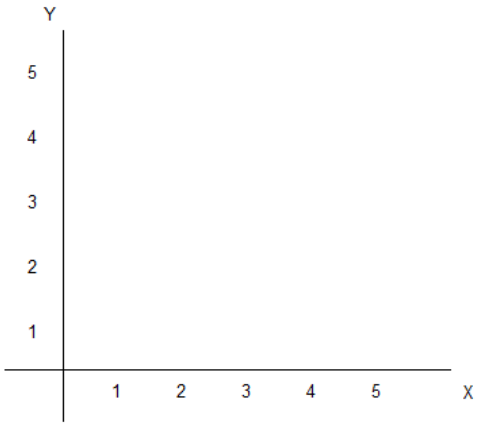
Se llama producto cartesiano $A * B$, al conjunto de todos los pares ordenados formados por un elemento de A y un elemento de B.

Relación

Es la selección de algunos pares ordenados del producto cartesiano $A * B$ que cumplen cierta condición.

Plano cartesiano

Se forma con dos rectas, una horizontal (X) y otra vertical (Y).



Pendiente de una recta (m)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$(x_1;\ y_1)$: Punto 1

$(x_2;\ y_2)$: Punto 2

Ecuación de la recta (forma punto pendiente)

La ecuación tiene la forma L: $y - y_1 = m(x - x_1)$

Donde

L: Símbolo de recta

m: Pendiente

$(x_1;\ y_1)$: Punto dado

Distancia entre dos puntos

Para calcular la distancia entre dos puntos se utilizará la siguiente ecuación.

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$(x_1;\ y_1)$: Punto 1

$(x_2;\ y_2)$: Punto 2

d: distancia

Trabajo 12

Producto cartesiano

1) Hallar el producto cartesiano $A * B$; sabiendo que $A = \{0; 1\}$ y $B = \{2; 4\}$
2) Hallar el producto cartesiano $A * B$; sabiendo que $A = \{1; 2{,}3\}$ y $B = \{0; 2\}$

Relaciones

1) Sean los conjuntos $A = \{0; 1\}$ y $B = \{1; 2\}$; forme la Relación de A en B definida por la condición: La primera componente es igual que la segunda.
2) Sean los conjuntos $A = \{1; 2; 3\}$ y $B = \{1; 3\}$; forme la Relación de A en B definida por la condición: La primera componente es menor que la segunda.

3) Sean los conjuntos $A = \{2; 4; 6\}$ y $B = \{1; 2; 3\}$; forme la Relación de A en B definida por la condición: La primera componente es el doble que la segunda.

Plano cartesiano

Ubicar los puntos en el plano cartesiano

1) (2;3)
2) (-1;3)
3) (0;-2)
4) (-3; 0)
5) (-1:-1)
6) (6;1)
7) (-2;4)

Pendiente de la recta

Calcular la pendiente de la recta para cada ejercicio

1) P1(2;4) y P2(1;1)
2) P1(4;3) y P2(2;1)
3) P1(3;-2) y P2(2;-1)
4) P1(-3;0) y P2(4;2)
5) P1(-1:-1) y P2(1;3)

Ecuación de la recta

1) Determinar la ecuación de la recta con pendiente 1 y pasa por (2; 1).
2) Determinar la ecuación de la recta con pendiente 2 y pasa por (4; 2).
3) Determinar la ecuación de la recta con pendiente -1 y pasa por (2; 0).

Distancia entre dos puntos

Calcular la distancia entre los puntos:

1) (4;5) y (1;1)
2) (8;5) y (4;2)
3) (3;1) y (2;0)
4) (3;5) y (1;2)
5) (1:5) y (1;3)

Clase 13. Dominio y rango de funciones

Función

Una función es una relación binaria donde a cada elemento del conjunto A le corresponde un único elemento del conjunto B.

En la Figura 1 se observa el gráfico sagital de una función. El conjunto A, formado por las personas: Pedro, Juan y Santiago. El conjunto B, formado por 65 kg, 70 kg y 75 kg. Donde a cada elemento del conjunto A, le corresponde un único elemento del conjunto B.

La función estará formada por los siguientes pares ordenados:

$$\mathrm{F} = \{(\mathrm{Pedro}, 65); (\mathrm{Juan}, 70); (\mathrm{Santiago}, 75)\}$$

El dominio de la función es: $\mathrm{Dom}\ (\mathrm{f}) = \{\mathrm{Pedro}, \mathrm{Juan}, \mathrm{Santiago}\}$

El Rango de la función es: $\mathrm{Ran}\ (\mathrm{f}) = \{65, 70, 75\}$

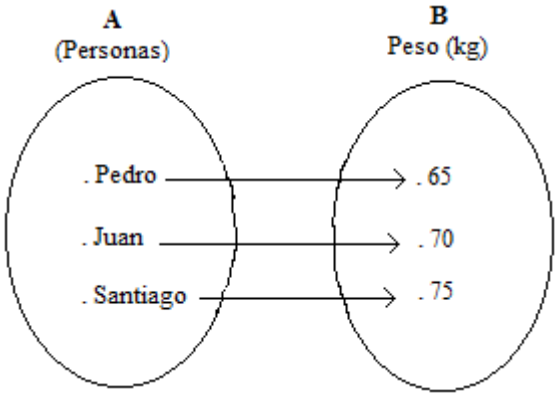


Figura 1. Diagrama sagital de una función

Dominio de una función

El dominio de una función está conformado por todos los elementos del conjunto de partida (Conjunto A).

Rango de una función

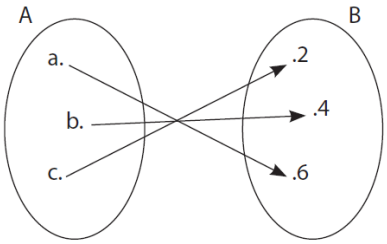
El Rango de una función está conformado por todos los elementos del conjunto de llegada (Conjunto B).

Trabajo 13

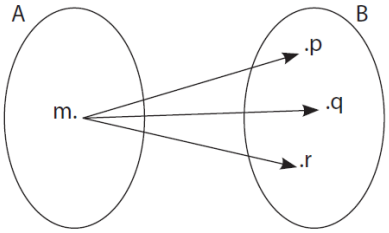
Funciones

1) Encuentre el dominio y rango para la función $F = \{(0,1); (1,2)\}$ y elabore un gráfico sagital y cartesiano.
2) Encuentre el dominio y rango para la función $F = \{(1,2); (2,4); (3,6)\}$ y elabore un gráfico sagital y cartesiano.
3) Encontrar el dominio y rango. Asimismo, elaborar los gráficos sagital y cartesiano para cada función.
   a) $F = \{(1,2); (1,3)\}$
   b) $G = \{(-1,0); (1,3); (3,5)\}$
   c) $F = \{(2,2); (3,4); (4,6)\}$
   d) $G = \{(1,3); (2,4); (3,5)\}$

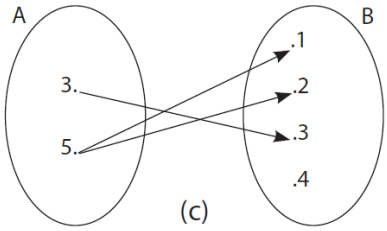
4) En los diagramas siguientes, identifica cuál de ellos representa a una función.



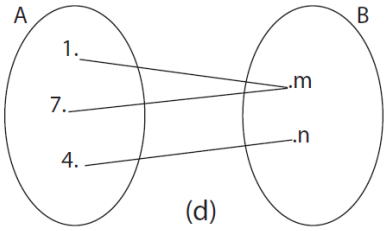
(a)



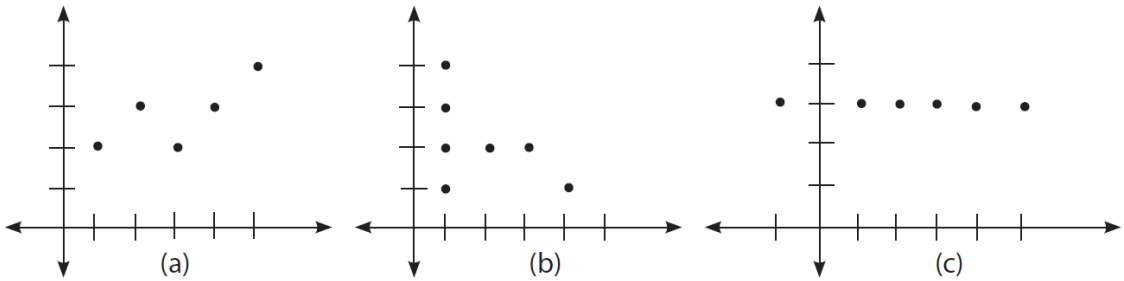
(b)



(c)



(d)


(a) (b) (c)

5) Encontrar el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

b) $f(x) = \frac{5}{x+3}$

c) $f(x) = \frac{-3}{2x+1}$

d) $f(x) = \sqrt{x+3}$

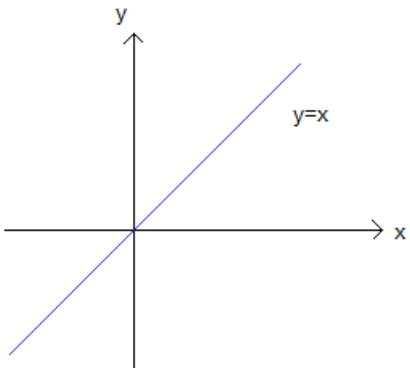
e) $f(x) = \sqrt{x-1}$

f) $f(x) = \sqrt{2x+1}$

Clase 14. Función lineal y función cuadrática

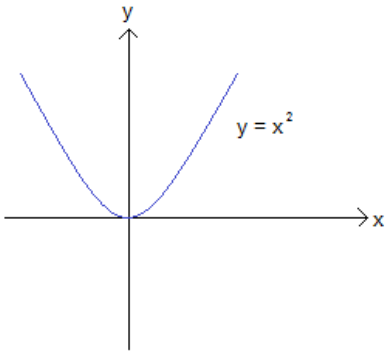
Función lineal

Es una función de la forma $\mathbf{f(x) = mx + b}$, donde "m" es la pendiente y "b" el intercepto. Su gráfica es una línea recta. Su gráfica es una línea recta.



Función Cuadrática

Es una función de la forma $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c}$, donde $a \neq 0$. Su gráfica es una parábola.



Trabajo 14

I. Graficar las funciones lineales

1) $y = x + 1$

2) $y = x - 2$

3) $y = -2x + 3$

4) $y = 3x + 1$

5) $y = \frac{x}{4}$

II. Graficar las funciones cuadráticas

1) $y = x^2 - 2x + 2$

2) $y = x^2 - 2x + 4$

3) $y = x^2 - 4x + 5$

4) $y = x^2 - 4x + 6$

III. Encontrar el dominio y rango de las siguientes funciones

1) $f(x) = 2x + 1$ (función lineal)

2) $f(x) = x^2 - 1$ (función cuadrática)

Clase 15. Función exponencial y función logarítmica

Función exponencial

Es una función que crece o decrece de forma rápida según la base “b”.

$$f(x) = a.b^x$$

$$b > 0, b \neq 1$$

Función logarítmica

Es la inversa de la función exponencial y crece de forma lenta.

$$f(x) = \text{Log}_b(x)$$
$$x > 0, \quad b > 0, b \neq 1$$

Trabajo 15

I. Graficar las siguientes funciones exponenciales

Las gráficas se deberán hacer manualmente (tabulación) y utilizando una aplicación (Geogebra, Desmos, Symbolab).

1) $y = 2^x$
2) $y = 3^x$
3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
4) $y = 2^x + 1$

II. Hallar el dominio y graficar las siguientes funciones logarítmicas

Las gráficas se deberán hacer manualmente (tabulación) y utilizando una aplicación (Geogebra, Desmos, Symbolab).

1) $y = \text{Log}_2(x + 1)$
2) $y = \text{Log}_3(x - 2)$
3) $y = \text{Log}_5(2x)$
4) $y = \text{Log}_{10}(2x - 1)$

Clase 16. Práctica calificada de la unidad III

Clase 12

Ecuación y pendiente de la recta

1) Hallar la pendiente de la recta que pasa por (1;2) y (2; 3)

2) Hallar la pendiente de la recta que pasa por (1;4) y (-1; -3)

3) Determinar la ecuación de la recta con pendiente 3 y pasa por (1; 1).

4) Determinar la ecuación de la recta con pendiente -1 y pasa por (-1; 0).

Calcular la distancia entre los puntos

1) (2;3) y (1; -1)

2) (2;0) y (-2; 1)

3) (-1;2) y (1;3)

Clase 13

1) Encuentre el dominio y rango para la función $\mathrm{F} = \{(1,3); (2,5); (3,7)\}$ y elabore un gráfico sagital y cartesiano.

2) Hallar el dominio y rango de la función $\mathrm{f(x)} = 4\mathrm{x} - 2$

Clase 14

Graficar las funciones lineales

1) $\mathrm{y} = \mathrm{x} + 2$
2) $\mathrm{y} = 2\mathrm{x} - 1$

Graficar las funciones cuadráticas

1) $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} + 3$

2) $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x} + 4$

Clase 15

Graficar la función exponencial manualmente y con aplicación

$\mathrm{y} = 4^{\mathrm{x}}$

Graficar la función logarítmica manualmente y con aplicación

$\mathrm{y} = \mathrm{Log}_2(\mathrm{x} - 1)$

Referencias

Hewins, R. D. (2014). *Management mathematics*. Recuperado de https://london.ac.uk/sites/default/files/study-guides/mt2076-management-mathematics-study-guide.pdf

Salvador, T. V. (2008). *Razonamiento matemático (2ª edición)*. Lima: Editorial San Marcos.

Teles, S. & Pereira, P. (2009). *Matemática aplicada à administração*. Recuperado de http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/540/Matem%C3%A1tica%20aplicada%20%C3%A0%20administra%C3%A7%C3%A3o.pdf?sequence=1